التمرين رقم (01): (06 نقاط) أجب بصحيح أو خطأ مع التبرير

(ملاحظـــــــة : كل إجابة بدون تبرير لا تؤخذ بعين الاعتبار)

1) $\ln(\sqrt{3}-\sqrt{2})^{2016}+\ln(\sqrt{3}+\sqrt{2})^{2016}=2016$

2) الحل الذي يأخذ القيمة 1 من أجل $x=0$ للعادلة التفاضلية: $3y=-y'+2$ هو : $f(x)=-e^{-\frac{1}{3}x}+2$

3) التمثيل البياني للدالة اللوغاريتمية يقبل مماسا معامل توجيهه 3 عند النقطة A ذات الإحداثيات : $\left(\frac{1}{3};-ln3\right)$

التمرين رقم (2): (13 نقطة)

I- نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathcal{R}$ كمايلي : $f(x)=-x-1+\frac{4e^{x}}{e^{x}+1}$ ، وليكن (C_f) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) أحسب $\lim_{x\to-\infty}f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty}f(x)$

2) بيّن أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=-1-x$ مقارب لـ (C_f) جوار $-\infty$

3) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x)=-x+3-\frac{4}{e^{x}+1}$

4) بيّن أن المستقيم (Δ') ذو المعادلة $y=3-x$ مقارب لـ (C_f) جوار $-\infty$

5) حدد وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة الى كلّ من (Δ) و (Δ')

6) بيّن أنــه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x)=-\frac{(e^{x}-1)^2}{(e^{x}+1)^2}$

7) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها

8) هل يوجد مماس للمنحنى (C_f) يوازي حامل محور الفواصل

9) أنشئ كلا من (Δ) ، (Δ') والمنحنى (C_f)

10) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة : $f(x)=m-x$

التمرين رقم (01): (06 نقاط) أجب بصحيح أو خطأ مع التبرير

(ملاحظـــــــــة : كل إجابة بدون تبرير لا تؤخذ بعين الاعتبار)

1) $\ln(\sqrt{2}+1)^{2016}+\ln(\sqrt{2}-1)^{2016}=2016$

2) الحل الذي يأخذ القيمة 3 من أجل $x=0$ للعادلة التفاضلية: $6y=-2y'+4$ هو : $f(x)=e^{-\frac{1}{3}x}+2$

3) التمثيل البياني للدالة اللوغاريتمية يقبل مماسا معامل توجيهه 4 عند النقطة A ذات الإحداثيات : $\left(\frac{1}{4};-2ln2\right)$

....

التمرين رقم (2): (13 نقطة)

I- نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathcal{R}$ كمايلي : $f(x)=x+1-\frac{4e^x}{e^x+1}$ ، وليكن (C_f) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$

2) بيّن أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=1+x$ مقارب لـ (C_f) جوار $-\infty$

3) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x)=x-3+\frac{4}{e^x+1}$

4) بيّن أن المستقيم (Δ') ذو المعادلة $y=-3+x$ مقارب لـ (C_f) جوار $-\infty$

5) حدد وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة الى كلّ من (Δ) و (Δ')

6) بيّن أنـه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x)=\frac{(e^x-1)^2}{(e^x+1)^2}$

7) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها

8) هل يوجد مماس للمنحنى (C_f) يوازي حامل محور الفواصل

9) أنشئ كلا من (Δ) ، (Δ') والمنحنى (C_f)

10) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة : $f(x)=m+x$

التمرين الاول:

02 1) خطأ ، التبرير : $\ln(\sqrt{3}-\sqrt{2})^{2016}+\ln(\sqrt{3}+\sqrt{2})^{2016} = 2016[\ln(\sqrt{3}-\sqrt{2})+ln(\sqrt{3}+\sqrt{2})]$

$$= 2016[\ln(\sqrt{3}-\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{2})] = 2016\ln(1) = 0$$

02 2) خطأ ، التبرير : تكتب المعادلة $y' = -3y+2$ حلولها $y = ce^{-3x}+\frac{2}{3}$ ، تحقق $f(0)=1$ أي $ce^{0}+\frac{2}{3}=1$

أي $c=\frac{1}{3}$ ومنه $y=\frac{1}{3}e^{-3x}+\frac{2}{3}$

02 3) صحيح ، التبرير: لدينا $ln'(x)=3$ تكافئ $\frac{1}{x}=3$ أي $x=\frac{1}{3}$ ولدينا $\ln\left(\frac{1}{3}\right)=-\ln(3)$

التمرين الثاني:

0.5

01 I 1) النهايات : $\lim_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$ ، و $\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty}\left(-x-1+\frac{4e^x}{e^x\left(1+\frac{1}{e^x}\right)}\right)=-\infty$

2) تبيين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=-1-x$ مقارب لـ (C_f) جوار $-\infty$

01 لدينا: $\lim_{x\to-\infty}[f(x)-(-1-x)] = \lim_{x\to-\infty}\frac{4e^x}{e^x+1}=0$ ، ومنه المستقيم (Δ) مقارب مائل بجوار $-\infty$

0.5 3) التحقق : لدينا : $-x+3-\frac{4}{e^x+1} = -x-1+\left(4-\frac{4}{e^x+1}\right) = -x-1+\frac{4e^x}{e^x+1} = f(x)$

4) تبيين أن المستقيم (Δ') ذو المعادلة $y=3-x$ مقارب لـ (C_f) بجوار $-\infty$

01 لدينا: $\lim_{x\to+\infty}[f(x)-(3-x)] = \lim_{x\to+\infty}\frac{4}{e^x+1}=0$ ، ومنه المستقيم (Δ') مقارب مائل بجوار $+\infty$

5) تحديد وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة الى كلّ من (Δ) و (Δ')

01 لدينا $f(x)-(-1-x)=\frac{4e^x}{e^x+1}>0$ ، أي (C_f) فوق (Δ)

01 و $f(x)-(3-x)=-\frac{4}{e^x+1}<0$ ، أي (C_f) تحت (Δ')

6) تبيين أنـه من أجل كل عدد حقيقي x: $f'(x)=-\frac{(e^x-1)^2}{(e^x+1)^2}$:

02 لدينا : $f'^{(x)}=\left(-x+3-\frac{4}{e^x+1}\right)' = -1+\frac{4e^x}{(e^x+1)^2} = \frac{-e^{2x}+2e^x-1}{(e^x+1)^2} = -\frac{(e^x-1)^2}{(e^x+1)^2}$

01 7) استنتاج اتجاه تغير الدالة f ثم تشكيل جدول تغيراتها

بما أن $f'(x)=-\frac{(e^x-1)^2}{(e^x+1)^2}\leq 0$ فإن الدالة f متناقصة على $\mathcal{R}$

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$			$-\infty$

01

8) هل يوجد مماس للمنحنى $\left(C_f\right)$ يوازي حامل محور الفواصل

0.5

$f'(x) = 0$ معناه $-\frac{(e^x-1)^2}{(e^x+1)^2} = 0$ أي $x = 0$

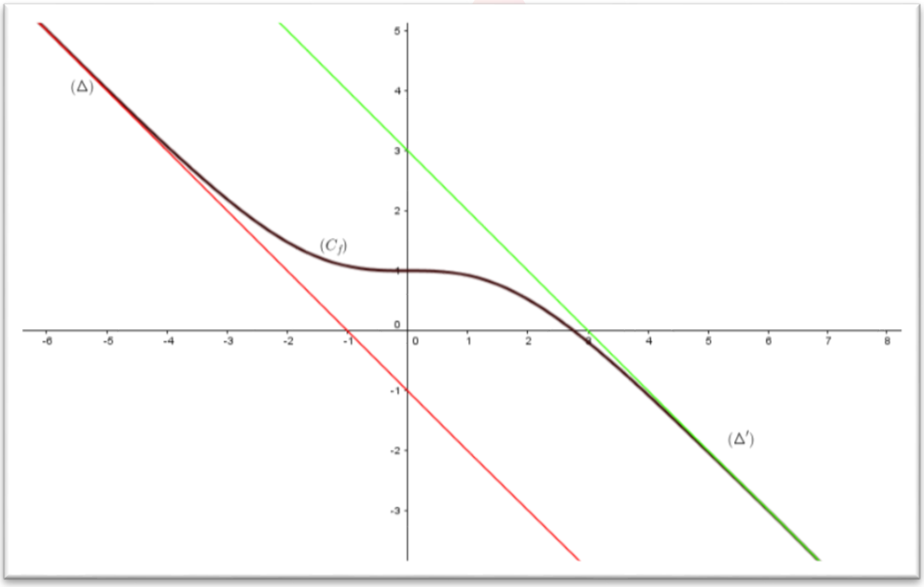
ومنه يوجد مماس للمنحنى $\left(C_f\right)$ يوازي حامل محور الفواصل عند النقطة ذات الفاصلة 1

9) انشاء كلا من (Δ) ، (Δ') والمنحنى $\left(C_f\right)$

0.5

0.5

0.5



10) المناقشة البيانية : عدد و إشارة حلول المعادلة : $f(x) = m - x$

هي فواصل نقط تقاطع $\left(C_f\right)$ مع المستقيم ذو المعادلة $y = m - x$

01

- ✓ إذا: $m \leq -1$ المعادلة ليس لها حل
- ✓ إذا $-1 < m < 1$ المعادلة لها حل واحد سالب
- ✓ إذا : $m = 1$ المعادلة لها حل معدوم
- ✓ إذا : $1 < m < 3$ المعادلة لها حل واحد موجب
- ✓ إذا : $m \geq 3$ المعادلة ليس لها حل

التمرين الاول:

02 1) خطأ ، التبرير: $\ln(\sqrt{2}-1)^{2016}+\ln(\sqrt{2}+1)^{2016}=2016[\ln(\sqrt{2}-1)+ln(\sqrt{2}+1)]$

$$=2016[\ln(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)]=2016\ln(1)=0$$

02 2) خطأ ، التبرير : تكتب المعادلة $y'=-3y+2$ حلولها $y=ce^{-3x}+\frac{2}{3}$ ، تحقق $f(0)=3$ أي $ce^{0}+\frac{2}{3}=3$

أي $c=\frac{7}{3}$ ومنه $y=\frac{7}{3}e^{-3x}+\frac{2}{3}$

02 3) صحيح ، التبرير: لدينا $ln'(x)=4$ تكافئ $\frac{1}{x}=4$ أي $x=\frac{1}{4}$ ولدينا $\ln\left(\frac{1}{3}\right)=-2\ln(2)$

0.5 التمرين الثاني:

01 I 1) النهايات : $\lim_{x\to-\infty}f(x)=-\infty$ ، و $\lim_{x\to+\infty}f(x)=\lim_{x\to+\infty}\left(x+1-\frac{4e^x}{e^x\left(1+\frac{1}{e^x}\right)}\right)=+\infty$

2) تبيين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=-1-x$ مقارب لـ (C_f) جوار $-\infty$

01 لدينا: $\lim_{x\to-\infty}[f(x)-(1+x)]=\lim_{x\to-\infty}-\frac{4e^x}{e^x+1}=0$ ، ومنه المستقيم (Δ) مقارب مائل بجوار $-\infty$

0.5 3) التحقق : لدينا : $f(x)=x+1-\frac{4e^x}{e^x+1}=x+1+\left(-4+\frac{4}{e^x+1}\right)=x-3+\frac{4}{e^x+1}$

4) تبيين أن المستقيم (Δ') ذو المعادلة $y=3-x$ مقارب لـ (C_f) بجوار $-\infty$

01 لدينا: $\lim_{x\to+\infty}[f(x)-(-3+x)]=\lim_{x\to+\infty}\frac{4}{e^x+1}=0$ ، ومنه المستقيم (Δ') مقارب مائل بجوار $+\infty$

5) تحديد وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة الى كلّ من (Δ) و (Δ')

01 لدينا $f(x)-(1+x)=-\frac{4e^x}{e^x+1}<0$ ، أي (C_f) تحت (Δ)

01 و $f(x)-(-3+x)=\frac{4}{e^x+1}>0$ ، أي (C_f) فوق (Δ')

6) تبيين أنـه من أجل كل عدد حقيقي x: $f'(x)=-\frac{(e^x-1)^2}{(e^x+1)^2}$:

02 لدينا : $f'(x)=\left(x-3+\frac{4}{e^x+1}\right)'=1-\frac{4e^x}{(e^x+1)^2}=\frac{e^{2x}-2e^x+1}{(e^x+1)^2}=\frac{(e^x-1)^2}{(e^x+1)^2}$

01 7) استنتاج اتجاه تغير الدالة f ثم تشكّيل جدول تغيراتها

بما أن $f'(x)=\frac{(e^x-1)^2}{(e^x+1)^2}\geq 0$ فإن الدالة f متزايدة على $\mathcal{R}$

01

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	+	
$f(x)$	$-\infty$		$\nearrow$		$+\infty$

8) هل يوجد مماس للمنحنى (C_f) يوازي حامل محور الفواصل

0.5 $f'(x) = 0$ معناه $\frac{(e^x-1)^2}{(e^x+1)^2} = 0$ أي $x = 0$

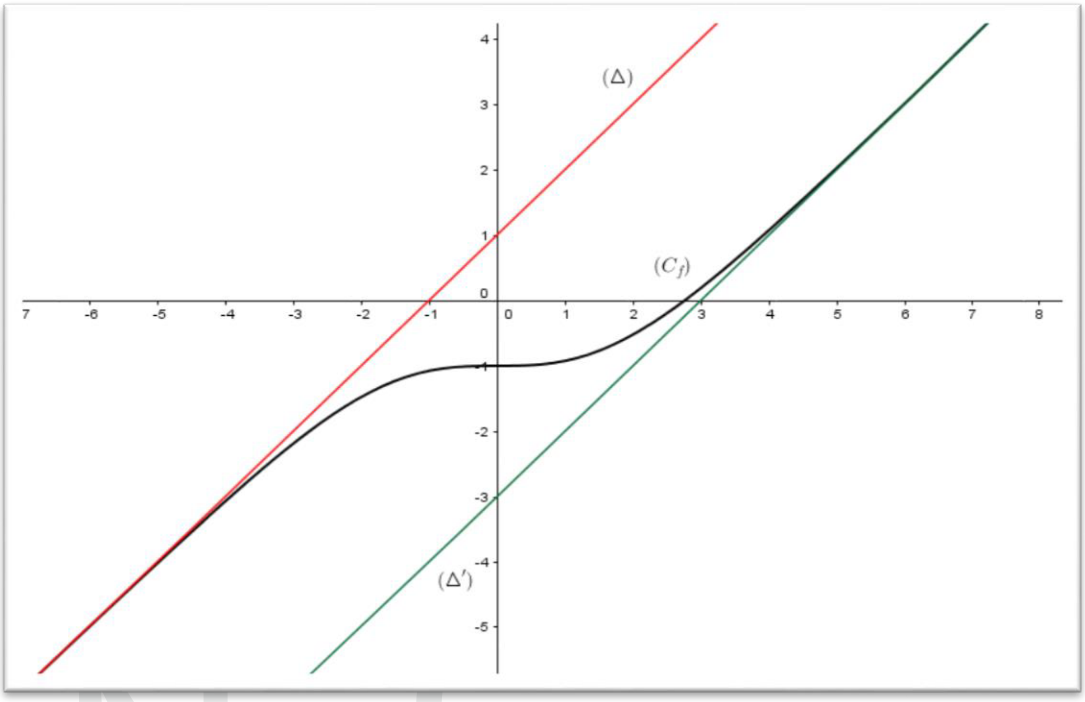
ومنه يوجد مماس للمنحنى (C_f) يوازي حامل محور الفواصل عند النقطة ذات الفاصلة 1

9) انشاء كلا من (Δ) ، (Δ') والمنحنى (C_f)

0.5

0.5

0.5



10) المناقشة البيانية : عدد و إشارة حلول المعادلة : $f(x) = m - x$

هي فواصل نقط تقاطع (C_f) مع المستقيم ذو المعادلة $y = m - x$

01

- ✓ إذا: $m \leq -3$ المعادلة ليس لها حل
- ✓ إذا $-3 < m < -1$ المعادلة لها حل واحد موجب
- ✓ إذا : $m = -1$ المعادلة لها حل معدوم
- ✓ إذا : $-1 < m < 1$ المعادلة لها حل واحد سالب
- ✓ إذا : $m \geq 1$ المعادلة ليس لها حل